众凯教育

管理类联考数学

必备高频考点

众凯教育：021-51086775

众凯网址：www.zkedu.com.cn

网络课堂：v.zkedu.com.cn

第一章　算术

一、主要知识点

要点一：非负性

由于运算规则的限定，有些表达式在实数范围内不能得到负值结果，此即所谓的非负性。常见的（常考的）具有非负性的表达式有如下三类：

（1）$a^{2n} \geq 0(a \in R、n \in Z)$：任意实数的偶次方非负，主要是平方。

（2）$\sqrt[2n]{a} \geq 0(a \in R^{+} \cup \{0\}、n \in Z)$：任意非负数的偶次方根非负，主要是平方根。

注意：任意偶次方根的底数必然非负。

（3）$|a| \geq 0(a \in R)$：任意实数的绝对值非负。

以上三类非负表达式当且仅当 $a=0$ 时取值为 0。

题型标志：非负表达式之和，$a^2+|b|+\sqrt{c}=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \\ c=0 \end{cases}$。

要点二：无理数

若 $a+bp=0$，其中 a、b 为有理数，p 为无理数，则必有 $a=b=0$。

题型标志：不定方程有理数解。

要点三：质数与合数

概念：设 n 为正整数，若 n 有且仅有两个正整数约数 1 和 n，则称 n 为质数，也称素数；若除 1 和 n 外，n 另有至少一个正整数约数，则称 n 为合数。

（2）2 是最小的质数，也是唯一一个偶质数。

（3）30 以内的质数有：2、3、5、7、11、13、17、19、23、29。

【注】1 仅有“1”一个正整数约数，既不是质数，也不是合数。

题型标志：出现质数、合数字样。

要点四：奇数与偶数

概念：当除数是 2 时，余数只可能是 0 或 1，因此可将所有整数分成两类：

奇数：$2k+1$，$k \in Z$。 偶数：$2k$，$k \in Z$。

（1）奇数+偶数=奇数⇒两整数之和为奇数，两数必然一奇一偶。

（2）奇数+奇数=偶数；偶数+偶数=偶数⇒两整数之和为偶数，两数必然同奇同偶。

（3）奇数×奇数=奇数⇒两整数之积为奇数，两数必然都是奇数。

（4）奇数×偶数=偶数；偶数×偶数=偶数⇒两整数之积为偶数，两数至少有一个是偶数。

题型标志：出现奇数、偶数字样。

要点五：分式计算

常用重要定理：

（1）合（分）比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b}=\frac{c \pm d}{d} \Rightarrow \frac{a}{b \pm a}=\frac{c}{d \pm c}$

（2）等比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{a+c+e}{b+d+f}$，（$b+d+f \neq 0$）

（3）裂项公式：$\frac{1}{n(n+k)}=\frac{1}{k}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right)$

题型标志：比例式或分式的求值。

要点七：绝对值的意义

（1）代数定义：$|a|=\begin{cases} a & a>0 \\ 0 & a=0 \\ -a & a<0 \end{cases}$

几何定义：实数 a 在数轴上对应一点 A，这个点到原点的距离就是 a 的绝对值。

题型标志：单变量绝对值等式或不等式。

要点八：绝对值三角不等式

（1）$|a+b|\le|a|+|b|$（$ab\ge0$ 时等号成立）;

（2）$|a+b|\ge|a|-|b|$（$ab\le0$，且$|a|\ge|b|$时等号成立）;

（3）$|a-b|\le|a|+|b|$（$ab\le0$ 时等号成立）;

（4）$|a-b|\ge|a|-|b|$（$ab\ge0$，且$|a|\ge|b|$时等号成立）。

题型标志：双变量绝对值等式或不等式。

要点九：绝对值的最值

（1）形式：$y=|x-a|+|x-b|$，当$x\in[a,b]$时，y取得最小值$|a-b|$。

（2）形式：$y=|x-a|-|x-b|$，当$x\to\infty$时，y取得最值$\pm|a-b|$。

题型标志：两个绝对值之和或差求最值。

第二章　代数

一、主要知识点

要点一：重要公式

常用重要公式罗列如下：

平方公式：$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$；$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

立方公式：$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

平方和公式：$(a\pm b)^2+(b\pm c)^2+(c\pm a)^2=2(a^2+b^2+c^2\pm ab\pm ac\pm bc)$

平方差公式：$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

立方和差公式：$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

题型标志：求算术式或代数式的值。

要点二：余式定理

多项式$F(x)$被$f(x)$除，一定存在唯一一对多项式$g(x)$、$r(x)$，其中$r(x)$的最高次小于$f(x)$的最高次，使得$F(x)=f(x)g(x)+r(x)$。

若$f(a)=0$，则必有$F(a)-r(a)=0$。

题型标志：涉及代数式的整除（因式）或余式。

要点三：恒等变形

恒等变形主要有两类，一类是多项式乘法的展开，一类是方程的恒等变形；前者可以用特值法解决，后者可以用降次法解决。

题型标志：多项式的高次展开或由方程限定的高次或分式求值。

要点四：判别式

记$\Delta=b^2-4ac$为一元二次多项式$f(x)=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的判别式。

当$\Delta>0$时，函数$y=f(x)$与x轴有两个交点；方程$f(x)=0$有两个不同的实数根。

当$\Delta=0$时，函数$y=f(x)$与x轴有一个交点；方程$f(x)=0$有两个相同的实数根。

当$\Delta<0$时，函数$y=f(x)$与x轴没有交点；方程$f(x)=0$没有实数根。

题型标志：涉及一元二次方程的实数解，一元二次不等式的恒等。

要点五：韦达定理

若方程$ax^2+bx+c=0$的两个根为x_1、x_2，则有：$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$、$x_1x_2=\frac{c}{a}$。

题型标志：涉及一元二次方程两根的轮换式的值。

要点六：根的分布

设$x_1\le x_2$为方程$ax^2+bx+c=0$的两根，又有实数$m<n$，则：

（1）两根都比某定数大或小：

1.1、$x_1\le x_2<m \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta\ge 0\\ af(m)>0\\ -\frac{b}{2a}<m\end{cases}$；　　1.2、$m<x_1\le x_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta\ge 0\\ af(m)>0\\ -\frac{b}{2a}>m\end{cases}$；

（2）两根一个比定数大，一个比定数小：

2.1、$x_1<m<x_2 \Leftrightarrow af(m)<0$

（3）有且只有一个根在(m,n)内$\Rightarrow f(m)f(n)\le 0$，当且仅当另一个根为$m$或$n$时，取等号；

$f(m)f(n)<0\Rightarrow$有且只有一个根在(m,n)内。

题型标志：涉及一元二次方程两根的所在范围。

要点七：定义域

常见的定义域如下：偶次根号下必须为非负数；分式的分母不能为零；对数的真数必须为正；对数的底数必须为正且不能为1。

增根：解方程时由于变形而产生的不在原式定义域内的根。

题型标志：恒等变形的允许条件，增根。

要点八：均值不等式

若干个正数的算术平均值不小于其几何平均值：$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}\ge\sqrt[n]{x_1x_2\cdot\cdots\cdot x_n}$。

注意应用条件：一正二定三相等。

一正：所有项必须都是正数；

二定：当其和为定值时，其积有最大值；当其积为定值时，其和有最小值。

三相等：当且仅当各项相等时，等号成立。

题型标志：根据和式求积的最大值或根据积式求和的最小值。

要点九：等差等比数列

（1）通项 a_n 与前 n 项的和 S_n 之间的转化

$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$；$a_n=\begin{cases}S_1 & n=1\\ S_n-S_{n-1} & n\ge 2\end{cases}$

（2）等差数列

等差数列是相邻两项差为定值的数列；等差数列的通项：$a_n=a_1+(n-1)d=a_k+(n-k)d$

等差数列前 n 项的和：$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$

a_n 的脚标公式：若 m、n、l、$k\in N_+$，且 $m+n=l+k$，则 $a_m+a_n=a_l+a_k$；注意本特点在等差数列求和公式中的灵活运用。

S_n 的脚标公式：若公差为 d 的等差数列前 n 项的和为 S_n，则数列 $\{S_n,S_{2n}-S_n,S_{3n}-S_{2n},\cdots\}$ 也是等差数列，其公差 $D=n^2d$。

（3）等比数列

等比数列是相邻两项比为定值的数列；等比数列的通项：$a_n=a_1q^{n-1}=a_kq^{n-k}$

等比数列前 n 项的和：$S_n=\begin{cases}na_1\ (q=1)\\ \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}(q\ne 0且q\ne 1)\end{cases}$

a_n 的脚标公式：若 m、n、l、$k\in N_+$，且 $m+n=l+k$，则 $a_m\cdot a_n=a_l\cdot a_k$。

S_n 的脚标公式：若公比为 q 的等比数列前 n 项的和为 S_n，则数列 $\{S_n,S_{2n}-S_n,S_{3n}-S_{2n},\cdots\}$ 也是

等比数列，其公比$Q=q^n$。

题型标志：求数列的通项或数列的求和。

第三章 几何

一、主要知识点

要点一：相似

三角形的相似判定：*AA*、*SAS*、*SSS*。注意平行线及直角。

正方形之间必然相似；圆之间必然相似；正方体之间必然相似；球之间必然相似。

相似图形的性质：

（1）相似图形内相应的角度相等。

（2）相似图形内相应的直线段、曲线段的长度成比例，称该比例为相似比。

（3）相似图形内相应的区域的面积成比例，该比例为相似比的平方。

（4）相似图形内相应的空间的体积成比例，该比例为相似比的立方。

题型标志：有平行线、直角或明显的相似图形。

要点二：面积

面积公式：

（1）三角形：$S=\frac{1}{2}ah_a$。

注意：当两个三角形的高相等时，其面积比等于其底边长的比（请与相似作区分）。

（2）平行四边形：$S=ah_a$。

（3）圆与扇形：$S=\frac{\theta}{360}\pi r^2$。$\theta$为扇形的圆心角角度。

（4）球表面积：$S=4\pi r^2$。

重叠形面积计算方法：割补法、容斥法（注意整体观念）、代数法（注意各部分层次）。

题型标志：求图形的面积。

要点三：体积

体积公式：

（1）长方体：$V=abc$。

（2）圆柱体：$V=Sh=\pi r^2 h$。

（3）球：$V=\frac{4}{3}\pi r^3$。

立体图形的切接关系：

（1）长方体均有外接球，球心在长方体中心，直径即长方体的体对角线长。

注：长方体的体对角线长$l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$。

（2）正方体还有内切球，球心在正方体中心，直径即正方体的棱长。

（3）任意圆柱体均有外接球，球心在圆柱体中心，直径即圆柱体轴截面的对角线长。

（4）轴截面为正方形的圆柱体还有内切球，球心在圆柱体中心，直径即圆柱体的底面直径。

题型标志：涉及图形的体积。

要点四：常见图形的解析式

常见图形的解析式有：

（1）二元一次（有时退化为一元）方程$Ax+By+C=0$（$A^2+B^2\neq 0$）所表示的图形是直线。

二元一次不等式$Ax+By+C>0$（$A^2+B^2\neq 0$）所表示的图形是以相应直线为边界的半个平面。

（2）两条直线方程之积$(A_1x+B_1y+C_1)(A_2x+B_2y+C_2)=0$所表示的图形是双直线。

（3）带有绝对值的二元一次方程（如$y=|x|$）所表示的图形是折线。

（4）一元二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）所表示的图形为抛物线。

（5）二元二次方程$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$所表示的图形为圆。

不等式$(x-a)^2+(y-b)^2<r^2$所表示的图形为圆的内部区域；

不等式$(x-a)^2+(y-b)^2>r^2$所表示的图形为圆的外部区域。

（6）$x-a=\pm\sqrt{r^2-(y-b)^2}$、$y-b=\pm\sqrt{r^2-(x-a)^2}$表示半圆。

题型标志：由解析式限定的图形范围。

要点五：直线方程

直线方程的形式及应用：

（1）一般式 $Ax+By+C=0$（$A^2+B^2\neq 0$）：分析点与直线、直线与直线、直线与圆的位置关系。

（2）斜截式 $y=kx+b$（$k\neq 0$）：确定直线的斜率（k）及其在 y 轴上的截距（b）。

（3）两点式 $\dfrac{y-y_1}{x-x_1}=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$（$x_1\neq x_2$）：确定直线的斜率（$k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$）

注意直线在平面直角坐标系内的位置。

题型标志：分析直线方程及直线的位置。

要点六：距离公式

（1）点与点之间的距离：$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

应用范围：计算点与点之间的距离、确定点与圆、圆与圆之间的位置关系。

（2）点到直线的距离：$d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

应用范围：计算点到直线的距离、确定直线与圆之间的位置关系。

题型标志：涉及圆与圆、直线与圆之间的位置关系；求弦长、切线、公切线等。

要点七：直线间的位置关系

直线间的位置关系：

（1）斜截式

设两条直线为 $l_1: y=k_1x+b_1$、$l_2: y=k_2x+b_2$；则（$\perp$表示垂直、$/\!/$表示平行、$\equiv$表示重合）：

$l_1\perp l_2 \Leftrightarrow k_1k_2=-1$；$l_1 /\!/ l_2 \Leftrightarrow \begin{cases} k_1=k_2 \\ b_1\neq b_2 \end{cases}$；$l_1\equiv l_2 \Leftrightarrow \begin{cases} k_1=k_2 \\ b_1=b_2 \end{cases}$

（2）一般式

设两条直线为 $l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$、$l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$；则：

$l_1\perp l_2 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$；$l_1 /\!/ l_2 \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}$；$l_1\equiv l_2 \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}$

一般应用：若已知直线 $l: Ax+By+C=0$，则

与直线 l 平行的直线可记为 $Ax+By+C'=0$

与直线 l 垂直的直线可记为 $Bx-Ay+C'=0$

题型标志：涉及直线间的平行、垂直等位置关系。

要点八：对称关系

对称的性质：

（1）关于点对称："中"——中点。

点 (x,y) 与 (x',y') 关于点 (x_0,y_0) 对称：$\begin{cases} x+x'=2x_0 \\ y+y'=2y_0 \end{cases}$

结论：曲线 $C:f(x,y)=0$ 关于点 (x_0,y_0) 对称的曲线为 $C':f[(2x_0-x),(2y_0-y)]=0$。

（2）关于直线对称："中"——平分、"垂"——垂直。

点 (x,y) 与 (x',y') 关于直线 $Ax+By+C=0$ 对称：$\begin{cases} A\cdot\dfrac{x+x'}{2}+B\cdot\dfrac{y+y'}{2}+C=0 & 中 \\ \dfrac{y-y'}{x-x'}\cdot\left(-\dfrac{A}{B}\right)=-1 & 垂 \end{cases}$

结论：曲线 $C:f(x,y)=0$ 关于直线 $x\pm y+c=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\mp y-c \\ y=\mp(x+c) \end{cases}$ 对称的曲线为

$C':f[(\mp y-c),\mp(x+c)]=0$。

题型标志：涉及对称关系。

要点九：恒过定点

带有参数的解析式所表示的图形一般都会恒过一个或几个点，即当参数变化导致图形变化时，这几个点永远在该图形上。

若 $F(x,y,\lambda)=0 \Leftrightarrow f_1(x,y)+g(\lambda)f_2(x,y)=0$，则 $F(x,y,\lambda)=0$ 恒过定点 $\begin{cases} f_1(x,y)=0 \\ f_2(x,y)=0 \end{cases}$。

题型标志：涉及定点。

第四章　数据分析

一、主要知识点

要点一：数据描述

数据描述指标：

（1）平均数：$\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots x_n}{n}$，反映平均水平；

（2）方差：$S^2=\dfrac{\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\cdots\left(x_n-\overline{x}\right)^2}{n}=\dfrac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots x_n{}^2}{n}-\overline{x}^2$（“先平均、再做差、再平方、再平均”或者“平方的平均减去平均的平方”)；

（3）标准差：$S=\sqrt{S^2}$，方差和标准差反映离散程度、稳定状态：方差（标准差）越小越稳定。

平均数与方差的性质：

若$x_1,x_2\cdots x_n$平均数为a，方差为b，则：

（1）$x_1+m,x_2+m,\cdots,x_n+m$平均数为$a+m$，方差为b；

（2）$nx_1,nx_2,\cdots,nx_n$平均数为na，方差为n^2b。

题型标志：涉及平均值、方差的计算。

要点二：基本原理

（1）加法原理：分类用加法。

（2）乘法原理：分步用乘法。

题型标志：涉及分类与分步。

要点三：排列组合

排列（注意：排列是有序的！）

（1）排列数：从n个不同元素中取出m个元素$(m\le n)$的所有排列的种数，称为从n个不同元素中取出m个不同元素的排列数，记作P_n^m。

（2）排列数计算公式：$P_n^m = n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1) = \dfrac{n!}{(n-m)!}$，$P_n^n = n! = n(n-1)\cdots 2\times 1$。

规定：$0! = 1, P_n^0 = 1$。

组合（注意：组合是无序的！）

（1）组合数：从n个不同元素中，取出$m(m\le n)$个元素的所有组合的个数，称为从n个不同元素中，取出m个不同元素的一个组合数，记作C_n^m。

（2）组合数计算公式：$C_n^m = \dfrac{n(n-1)\dots(n-m+1)}{1\times 2\times\cdots\times(m-1)\times m} = \dfrac{P_n^m}{m!} = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$，规定：$C_n^0 = 1$。

题型标志：涉及排列与组合。

要点四：计数方法

五大方法：

（1）枚举法（逐一列举）：注意枚举的规律

（2）捆绑法（相邻）：捆绑优先

（3）插空法（各不相邻）：插空最后

（4）隔板法（把相同的东西分给不同的人，每人至少一个）

（5）除序法（本应无序而先计算有序）：用乘法即已加序

题型标志：有限定条件的计数。

要点五：独立事件

（1）定义：对于事件A,B，如果$P(AB) = P(A)P(B)$，则称A,B事件独立。

（2）性质：独立事件$A_1, A_2, \dots, A_n$有$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = 1 - P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})\dots P(\overline{A_n})$

（3）贝努里实验：在n重贝努里试验中，事件A恰好发生k次的概率为

$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}\ (k = 0,1,2,\dots,n)$

题型标志：独立事件纯概率计算。

要点六：条件概率

（1）定义：事件 A 在另外一个事件 B 已经发生条件下的发生概率。条件概率表示为 $P(A|B)$，读作"在 B 条件下 A 的概率"。

（2）计算公式：$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$

第五章　应用题

一、主要知识点

要点一：一次方程

大多数应用题需要通过构建关于未知数的方程来获得所需答案。

列方程的关键在于寻找等量，即用不同的方式表达同一个量。

题型标志：数个多元的一次关系。

要点二：比例关系

比例关系问题的关键在于将各个量与一个不变的量——基准量相联系。

相关公式：

（1）分量=总量×分量所占比例

（2）a 是 b 的 $p\%\to a=b\cdot p\%$；a 比 b 多 $p\%\to a=b\cdot(1+p\%)$；a 比 b 少 $p\%\to a=b\cdot(1-p\%)$

（3）利润=售价−成本；总利润=利润×售量；利润率=利润/成本

（4）浓度=溶质/溶液；溶液=溶质+溶剂

题型标志：题干中有比值或百分比，涉及变化率、价格利润、浓度等。

要点三：行程工程

一般公式：

速度/效率 v、时间 t、路程/工程 S 之间的关系：$S=vt$。

正反比例：

v 相同，S 与 t 成正比：$\frac{S_1}{S_2}=\frac{t_1}{t_2}$；$t$ 相同，S 与 v 成正比：$\frac{S_1}{S_2}=\frac{v_1}{v_2}$；$S$ 相同，v 与 t 成反比：$\frac{v_1}{v_2}=\frac{t_2}{t_1}$。

分式方程注意运用比和比例的性质简化方程。合分比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{ma+nb}{pa+qb}=\frac{mc+nd}{pc+qd}$。

环形跑道：

背向而行，相遇第 n 次时，共行 n 圈；同向而行，相遇第 n 次时，差距 n 圈。

水中行船：

船相对于河岸的速度：顺水行舟加水速；逆水行舟减水速。

船相对于水面的速度：不考虑水速。

过桥擦肩：

过洞过桥：头进尾出为全程，路程等于车加桥。

相向相对：将其中一方视为静止，另一方以相对速度通过相对距离。

工程问题：

一般可设总工程量为 1，也可以根据题干数据设一个效率或完成时间的公倍数 k，则效率与完成时间有关系：$v=\frac{k}{t}$。

列方程的参照：

一般以速度/效率为未知数，以路程/工程或时间作为等量列式。【因为路程/工程或时间可叠加，而速度/效率不能】

题型标志：行程或工程问题。

要点四：容斥关系

两圈文氏图，重叠部分覆盖两次（II）：

$A+B=I+2II$；$S=I+II=A+B-AB$【两圈文氏图可用田字格取代】

三圈文氏图，有三块重叠部分覆盖两次（II）、中间重叠部分覆盖三次（III）：

$A+B+C=I+2II+3III$；$S=I+II+III=A+B+C-AB-AC-BC+ABC$

题型标志：交叉重叠的数据关系。

要点五：数列问题

根据条件找规律，判断是等差数列还是等比数列或其它；确定公差、公比及所需求和的项。

一般情况下，只需按所给条件列表即可获得答案。

题型标志：按特殊规律变化的数据。

要点六：最值问题

函数最值：

二次函数注意对称轴：一般最值就在对称轴处。

分式函数注意基本不等式的运用：最值在其和或积可为定值的各项相等时取得。

线性规划：

最值一般在直线交点处取得，注意隐含的“正整数”要求。

极限分析及抽屉原理：

极限分析及抽屉原理问题一般都需考虑极限情形，有些需从反面解决，即要求其最小值，则令其反面最大；求其最大值，则令其反面最小。

题型标志：求最优解或数据分配问题。